

分数の学習前における子どものインフォーマルな知識の発達

* 栗山 和広 ** 孫 琴

A Developmental Study of Informal Knowledge which Children acquired
before Formally Learning Fractions

* Kazuhiro KURIYAMA ** Qin SON

Abstract

The present study was designed to analyze a development of informal knowledge of fractions which children acquired through everyday life. 5-year-old children, first graders and second graders were given both the division and the partitioning problems. Correct percentages of the partitioning and the division problems were very high. In the partitioning problems two main strategies were found. The first was a unit strategy, in which children partitioned each whole into parts designated in the problem. The second was a large unit strategy, in which children partitioned the whole as 1 to each person and did the remaining objects according to the number of person. 5-year-old children used a unit strategy more than a large unit strategy, but first graders and second graders depended on a large unit strategy more than a unit strategy. These results were discussed in terms of a development of informal knowledge of fractions.

Key words : informal knowledge, fractions, strategies

キーワード：インフォーマルな知識、分数、方略

最近の認知心理学の研究は、子どもが、日常生活の中でのさまざまな生活体験をとおして豊かな知識を獲得していることを見いだしている (Brown et al., 1989; Ginsburg, 1982; Mack, 1990; Saxe, 1988)。本研究は、そうした子どもの豊かな数の知識について検討することが目的である。尚、本研究では、Mack (1990) に従って、子どもが日常生活で自ら獲得した数の知識をインフォーマルな知識と呼ぶことにする。

子どもの豊かなインフォーマルな数の知識については、就学前の子どもの計数や加算・減算といった領域で

は既に多くの研究により実証されている (Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978, 栗山, 2002)。こうしたどちらかといえば、日本の子どもにとって比較的習得が容易な単純なたし算やひき算といった領域だけでなく、小数、比例、濃度、分数、割合といった有理数のかなり複雑な領域においても、子どもがもつインフォーマルな知識についての関心が向けられ、研究が行われるようになってきている (Kieren, 1988; Lamon, 1996; Noelting, 1980; Nunes & Bryant 1996; Parker & Leinhardt, 1995; Resnick et al., 1989; 澤野・吉田 1997; 吉田・栗山, 1991; 吉田,

*九州保健福祉大学社会福祉学部臨床福祉学科 宮崎県延岡市吉野町1714-1 〒882-8508
Department of clinical welfare service, School of social welfare, Kyushu University of Health and Welfare.
1714-1 Yoshino-cho, Nobeoka, Miyazaki 882-8508 JAPAN

**宮崎大学文化教育学部 宮崎市学園木花台西1-1 〒889-2192
Faculty of education and culture Miyazaki University, 1-1 Gakuenkibanadai nishi, Miyazaki city, Miyazaki 889-2192 JAPAN

1992; Yoshida & Kuriyama, 1995)。そうした研究では、子どもは有理数についてもかなり豊かなインフォーマルな知識をもっていることが明らかにされつつある。

こうした有理数のインフォーマルな知識のなかでも、本研究では、小学校の子どもにとって極めて習得が困難な概念の一つである分数について検討することにある。分数を理解することの困難性については、分数概念の意味の多様性、分数の意味の複雑さ、分数の表記の複雑さの要因が考えられている(石田, 1985)。しかし、吉田(2000)は、分数概念の理解の難しさには、分数を学習する前の子どものインフォーマルな知識があることを指摘している。

分数概念は複雑であり多様な考えがなされているが、分数を理解する際の最も基本となる前提は、部分と全体の関係において全体を部分に分割するという等分割である。こうした等分割に関して子どもがもっているインフォーマルな知識については、ほんの最近研究が始められたばかりである。例えば、澤野・吉田(1997)は、学校で分数を学習する以前の3年生の子どもを対象に調査をおこない、等分割に関するインフォーマルな知識と2量を統合するためのインフォーマルな知識について検討した。その結果、これまでは、分数を学習した後も理解が困難であると考えられていた等分割に関する知識について、多くの子どもが正しく全体を分割することが可能であることが見いだされた。このことから、分数を学習する以前の子どもでも十分な等分割に関するインフォーマルな知識をもっていることが示された。また、Nunes & Bryant(1996)は、4歳児、5歳児、6歳児を対象に、分割する数と分割された部分の大きさの逆の関係についての質的な推理を子どもが理解しているかどうかを検討している。その結果、5歳児のほぼ半分が、そして6歳児の多くが、量的概念や手続きとしての割り算はまだ知らないが、全体が一定しているときに割る数が増えると、商は小さくなるという商の変化に関する質的な理解をしていることが示された。また、Lamon(1996)は、子どもの等分割の方略を発達的に検討している。この研究では、2種類の方略を見いだしている。しかし、その研究で対象にした子どもは、学校で公的に分数を学習した4年生から中学生までの子どもである。そのために、この研究で見いだされた等分割に関する方略はインフォーマルな知識とはいえない。

このようにこれまでの分数のインフォーマルな知識についての研究では、対象となる子どもの年齢が研究によって異なっている。そのために、分数のインフォーマルな知識が就学前からどのように発達するかという点が

明らかにされていない。

そこで、本研究では、公的に分数を学習する以前の子どもである5歳児と、今までの研究では検討されてこなかった小学1年生と2年生を対象にして、分数のインフォーマルな知識としての等分割の発達の変化を調べることにある。また、先述したNunes & Bryant(1996)は、10個のケーキを2人に分けるといった、分けられる要素数が分ける人数より大きい課題(分配課題)を用いている。しかし、澤野・吉田(1997)は、3つのピザを4人に分けることや、5枚の色紙を3人で分けるといった、分けられる要素が分ける人数より小さい課題(分割課題)をも用いている。そこで、分けられる要素数が分ける数より大きい課題(分配課題)と、分けられる要素数が分ける数より小さい課題(分割課題)の2つの課題を用いて、分数のインフォーマルな知識の発達について検討する。分数のインフォーマルな知識の発達的变化が見られるならば、方略におけるなんらかの違いの見られることが予想される。

方 法

被験児 宮崎市内の保育園に在園する16名の年長児(平均年齢5歳4か月)。この保育園では特別な数概念についての教育は行っていなかった。宮崎市内の公立小学校の1年生43名、2年生33名。彼らは宮崎市内の平均的な中流家庭の子どもである。

材料 分配課題では、ランダム配置問題と二列配置問題が用いられた。ランダム配置問題では、12個のケーキを描いたカードと、子どもを2人、4人、6人描いたカードを用いた。二列配置問題では、16個のケーキを描いたカードと、子どもを2人、4人、8人描いたカードを用いられた。分割問題では、2つと3つのケーキを描いた用紙と鉛筆が用いられた。

小学生には、印刷されたテスト問題が子どもに配布された。分配問題は次のような問題であった「12個のケーキがあり、子どもが2人います。2人が同じ数のケーキをもらいます。子どもがもらうケーキを線で囲んでください。」分割問題では「3つのケーキが描いてあり、このケーキを4人で分けるとき、一人分が同じになるように線で囲んでください」

手続き 年長児は個別に実験が行われた。実験は、実験者と被験児だけいる部屋の中で行われた。実験者は女子大学院生であった。実験者は次のように話しラポールをとった。「こんにちは、お名前は何ですか?何歳かな?今日は、誰が保育園に送ってきましたか?」「そうですね、今

日はね、先生が〇〇君に聞きたいことがあるのですが、いいですか？」。ラポールをとった後、分配課題について次のような教示を行った。「じゃあ、〇〇ちゃん、ここにケーキが12個あります。子どもが2人います。子ども2人に同じ数ずつ分けてください、どうぞ」。次に、分解課題を行った。分配課題では次のように実験者が被験児に教示した「ここにケーキが2つあります。こどもは4人います。このケーキを鉛筆で4人の子どもに同じ大きさに分けてください。」テスト問題では一切のフィードバックもあたえられなかった。実験に要した時間は、一人25分であった。実験は、すべてビデオに録画された。

小学1年生と2年生では、集団実験を行った。テスト問題が子どもに配布された。先生は子どもに次のように教示した「このテストは、実際の学校のテストではないので、緊張しないで回答してください。」テスト問題では一切のフィードバックもあたえられなかった。尚、答えられなかった問題について、次のような教示がなされた「自分で考えて答えてください。もし解けない場合があれば、そのままにしてください。」解答に要した時間は20分であった。

結果

分配問題と分解問題について、それぞれの正答率と方略について分析を行った。

分配課題

分配問題の全問題数に占める正答数の割合を求めた正答率をTable 1に示した。Table 1から見られるように、年長児のランダム配置問題の正答率は、100%で、2列配置問題の正答率は98%であった。この結果から、年長児は、分数についてのインフォーマルな知識をある程度もっていることが示唆される。配置については、2列配置問題は、ランダム配置問題より、問題を解く時間は短くなるが、配置による正答率の違いは見られなかった。小学校1年生では、ランダム配置の問題の正答率は90%で、2列配置の問題の正答率は95%で、小学校2年生では、ランダム配置の問題の正答率は97%で、2列配置の問題の正答率は100%であった。小学1年生・2年生の方が、年長児より正答率が低い。これは年長児は個別実験であるが、小学1年生と2年生は集団実験であるという実験の手続きの違いを反映している可能性が考えられる。

Table 1 分配問題における平均正答率

	ランダム配置問題	2列配置問題
年長児	1.0	.97
1年生	.89	.95
2年生	.97	1.0

次に、分配問題の方略について分析した。方略分析では、正答のみを方略分析の対象とし、誤答については分析から除外した。年長児では、方略は以下の5つに分類された。第1は、片手で一枚カードを持って、子どもの描いてあるカードの一つずつ分ける方略であった。第2は、両手でカードを持って、子どもの描いてあるカードに同時に一つずつ分ける方略であった。第3は、カードを全部束にし、それを一つずつ子どもの描いてあるカードに分配する方略であった。第4は、頭の中で分配する、内的な方略であった。第5は、最初に子どもの人数だけカードを子どもの描いてあるカードの前におき、残りのカードを両手で一つずつ取り、先に並べたカードの上に置き、これを繰り返す方略であった。こうした5つの方略がみられたが、これらはさらに3つに分類された。第1と第3の方略は1対1の分配方略、第2と第5の方略は1対多分配方略、第4は、内的な分配方略の3つに分類された。

1年生と2年生の分配課題では以下の2つの方略が見られた。第1は、全体の数を人数分に囲った方略であった。第2は、全体の数を2つずつに囲んだ方略であった。第1と第2の方略は、分配において、一人分に等しい量(2,3,4)が与えられる方略ということで、1対多分配方略として分類した。1年生と2年生の調査は、集団調査であったために、年長児で行った個別実験と異なり、内的な方略を見いだすことはできなかった。

年長児、1年生、2年生の方略を、ランダム配置問題、2列配置問題についてそれぞれ分類した。Table 2に、ランダム配置の全問題数に占める各方略の問題数の割合を、Table 3に2列配置の全問題数に占める各方略の問題数の割合を、年長児、小学1年生、小学2年生について示した。

Table 2 ランダム配置問題における各方略群の割合

	1対1分配方略	1対多分配方略	内的方略
年長児	.69	.25	.06
1年生	.0	1.0	.0
2年生	.0	1.0	.0

Table 3 2列配置問題における各方略群の割合

	1対1分配方略	1対多分配方略	内的方略
年長児	.65	.24	0.1
1年生	.0	1.0	.0
2年生	.0	1.0	.0

Table 2とTable 3から見られるように、年長児は1対1分配方略が、ランダム配置で69%、2列配置で65%と高い。しかし、小学1年生と2年生では、1対1分配方略は全く見られていない。1対1分配方略は、1つずつ分配していく方略であり最も基礎的な方略であることが

考えられる。それに対して、1対多分配方略はある単位に分けて分配する方略であることから、1対1分配方略よりは発達した方略であることが考えられる。

2列配置とランダム配置において、年長児、1年生、2年生とも方略の違いは見られていない。配置による分配方略の違いは生じないことが考えられる。

分割課題

分割問題の全問題数に占める正答数の割合を求めた正答率をTable 4に示した。Table 4からみられるように、年長児においても86%という高い正答率がみられている。小学1年生と2年生でも、98%と97%という高い正答率である。このことから、小学1年生・2年生だけでなく、年長児も等分割についての十分なインフォーマルな知識をもっていることが明らかにされた。

Table 4 分割問題における平均正答率

年長児	.86
1年生	.98
2年生	.97

次に、分解課題の問題の方略について分析した。方略分析では、正答のみを方略分析の対象とし、誤答については除外した。例えば、ケーキが2つあります。このケーキをを4人に分けるとき、1人分が同じ数になるように分ける問題において、年長児では以下の3つの方略が見られた。第1に、ある一つの全体を4つに等分割し、もう一つの全体も4つに等分割し、その後各全体の部分1つを合わせて1人分にするという方略であった。第2に、全体を2つに分けてそれぞれの部分の1つを1人分とする方略であった。第3に、3つのケーキを12人に分けるときに見られた方略で、1つの全体を4つに等分割し、残りの2つの全体も4つに等分割し、全部の数を人数分に合わせて分ける方略であった。

これらの方略は、Lamon (1996) にしたがって、要素をすべての単位に分ける方略(これを単位方略と呼ぶ)と、大きい単位に分けている方略(大単位方略と呼ぶ)とに分類することができる。第1の方略は、1つの全体を要素に分割していく方略であり単位方略に分類した。第2の方略は、1人に1つの全体を分割し、残りを単位方略で分割する大単位方略に分類した。第3の方略は、全体を人数分の2倍に分けるという方略であり単位変形方略とした。

Table 5 分割問題における各方略群の割合

	単位方略	大単位方略	単位変形方略
年長児	.34	.56	.11
1年生	.0	.99	.01
2年生	.17	.82	.01

Table 5に、年長児、小学1年生、小学2年生について、全問題数に占める単位方略、大単位方略、単位変形方略のそれぞれの問題数の割合を示した。Table 4から見られるように、年長児では、大単位方略が55%で最も高く、次に単位方略が34%で、単位変形方略が11%である。1年生では、大単位方略が99%と方略のほとんどを占めている。2年生では、大単位方略が82%で、単位方略が17%である。年長児、1年生、2年生とも大単位方略が最も多い。また、大単位方略は年長児より1年生と2年生の方が多。これに対して、単位方略は年長児より1年生と2年生の方が少ない。このことから、大単位方略がより発達した方略であることが考えられる。また、大単位方略は、1人につき1つの全体を分割し、残りを単位方略で分割するものである。これは、分数の種類で考えると帯分数的な意味をもっているといえる。このことからすると、年長児、1年生、2年生でも帯分数的な分割を行うことがある程度は可能であることを示唆している。ところで、問題によって大単位方略と単位方略の出現率に違いが生じている可能性がある。というのは、分割課題で用いた問題は、分けられる要素数が分ける数よりも大きい。こうした問題は、大単位方略が単位方略より出現しやすい可能性が考えられる。

考 察

本研究では、分数概念を学習する前の年長児から、小学1年生、小学2年生までの子どもを対象にして、分数概念の基本的概念である分割に関する知識の発達について検討した。その結果、年長児、1年生、2年生とも、かなり高い正答率を示した。このことから、分数を学習する以前に、全体を部分に分割するインフォーマルな知識を十分にもっていることが明らかにされた。Sowder (1992) も述べているように、「変化する数の意味から引き出される数についての直感」である数感覚を、子どもは日常生活のさまざまな経験をとおして獲得していることが示された。

次に、子どもが用いた方略についてみると興味深い発達の変化が見られた。分配問題で、年長児は、1対1分配方略が7割を占めていたが、1年生や2年生では1対1分配方略は見られず、1対多分配方略がほとんどであった。1対多分配方略は、数を1つずつ分配するのではなく、いくつかの数にまとめて分配する方略であり、1対1分配方略より発達した方略である。また、分割問題では、1年生と2年生は年長児より要素の中で大まかな部分をまず人数に分配し、次に残りの要素を分割する大単位方略を主に用いている。大単位方略は、意味的に

は帯分数につながる方略であり、全ての要素を分割すべき人数でそれぞれに分割する単位方略より発達した方略である。これは、帯分数的な分割である。多くの1年生や2年生が、真分数だけでなく帯分数につながるインフォーマルな知識を獲得していることは興味深いといえよう。

本研究では、このように方略の発達的变化がみられた。しかし、こうした方略の一般的傾向の発達について、本研究の結果をもって明確に言えるものではない。というのは、分配課題と分割課題は、分けられる要素数と分ける数が整数倍になっている問題である。分けられる要素数と分ける数が整数倍になっている問題は、正答率も高いことから子どもにとって容易であったことが考えられる。そのため、子どもが用いる方略についても影響をあたえた可能性がある。課題で用いられた数によって、子どもの理解が異なることが考えられる。今後は、分けられる要素数と分ける数が整数倍にならない問題をも加えて検討しなければならないであろう。

次に、本研究で見いだされた全体を部分に分割するインフォーマルな知識と教授との関連について考えてみる。現在の数概念の教授におけるカリキュラムは「教科の論理」に基づいたものであり、そこには子どもの知識や思考を重視した「子どもの論理」が全く組み込まれていない。しかし、最近の研究は、数学的な概念の教授には、子どものインフォーマルな知識を考慮して展開されるべきであるという主張がなされている (Carpenter, et al., 1993; De Corte et al., 1996; 栗山, 2002; 吉田, 2000)。分数概念は子どもにとって理解することが困難な概念であり、現在の「教科の論理」に基づいた指導だけでは十分でない。本研究で見いだされた子どもの豊かなインフォーマルな知識は、「子どもの論理」を組み込んだ新しいカリキュラムの作成にも指針をあたえらる。子どもは、数学的概念を学習する前に、それについて何かを理解しているのである。子どものもっている概念について教師が十分に理解して指導することは特に注意を要する必要がある。

しかし、こうしたインフォーマルな知識は、インフォーマルな知識を活性化させることのできる状態で見られた結果であり、そのためインフォーマルな知識による解決が容易であったことが考えられる。子どもが、こうしたインフォーマルな知識を記号の操作が必要な公的な場面で容易に利用できるかという問題については、今後の検討が必要である。

引用文献

- Brown, J. S. Collins, A., & Duguid, P. 1989 Situated cognition and culture of learning. *Educational Researcher*, **18**, 32-42.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., & Romberg, T. A. 1993 Toward a unified discipline of scientific inquiry. In Carpenter, T. P., Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Rational numbers: An integration of research*. Hillsdale, N. J.: Lawrence.
- Carpenter, T. P., Moser J. M., & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale, N. J.: Erlbaum.
- De Corte, E., Greer, B., & Verschaffel, L. 1996 Mathematics teaching and learning. In Berliner, D., & Calfee, R. (Eds.), *Handbook of educational psychology*. New York: Macmillan.
- Fuson, K. 1988 *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-verlag.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. 1978 *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- 石田忠男 1985 分数・小数はなぜむずかしいか 算数教育, **27**, 21-27.
- Kiren, T. E. 1988 Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In J. Hiebert & M. J. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades*. Hillsdale, N. J.: Erlbaum.
- 栗山和広 2001 教授・学習の研究 - 認知心理学から教育の実践化へ、そして教育実践から認知心理学の理論化に向けて - 教育心理学年報, **40**, 102-111.
- 栗山和広 2002 幼児・児童における数表象の構造 北大路書房
- Lamon, S. 1996 The development of Unitizing: Its role in children's partitioning strategies. *Journal for Research in Mathematics Education*, **27**, 170-193
- Mack, N. K. 1990 Learning fractions with understanding: Building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, **21**, 16-32.
- Mack, N. K. 1993 Learning rational numbers with understanding: The case of informal knowledge. In Carpenter, T. P., Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Rational Numbers: An integration of research*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum.
- Noelting, G. 1980 The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part I differentiation of stages.

- Educational Studies in Mathematics*, **11**, 217-253.
- Nunes, T., & Bryant, P. 1996 Children doing mathematics.
London : Blackwell.
- Parker, M., & Leinhardt, G. 1995 Percent : A privileged proportion. *Review of Educational Research*, **65**, 421-481.
- Resnick et, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peld, I. 1989 Conceptual bases of arithmetic errors : The case of decimal fractions. *Journal for Researach in Mathematics Education*, **20**, 8-27.
- 澤野幸司・吉田甫 1997 分数の学習前に子どもがもつインフォーマルな知識 科学教育研究, **21**, 199-206
- Sowder, J. T. 1992 Making sense of numbers in school mathematics. In G. Leinhardt, R. Putnam, & H. Hatrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching*. Hillsdale, N. J., Lawrence.
- 吉田甫・栗山和広 1991 分数概念の習得過程に関する発達的研究 教育心理学研究, **39**, 382-391.
- 吉田甫 1992 数の発達 吉田・栗山(編著) 教室でどのように教えるかどう学ぶか 北大路書房
- 吉田甫 2000 20世紀の心理学を振り返る 教育心理学年報, **39**, 132-145
- Yoshida, H., & Kuriyama, K. 1995 Linking meaning of Symbols of fractions to problem situations. *Japanese Psychological Research*, **37**, 229-239.